



Geert Kyærgård Pedersen



## Gert Kjærgård Pedersen

13. april 1940 – 15. marts 2004

*Af Uffe Haagerup*

Gert Kjærgård Pedersen døde den 15. marts 2004 efter længere tids sygdom. Med Gert Kjærgård Pedersens alt for tidlige død har dansk matematik mistet en markant forsker og personlighed, og Videnskabernes Selskab har mistet et meget aktivt og engageret medlem. Gert Pedersen blev optaget i Videnskabernes Selskab i 1977 og i årene 1987-1993 var han Selskabets vicepræsident og formand for den naturvidenskabelige klasse. Han deltog regelmæssigt i selskabets møder helt frem til tre uger før sin død.

Gert Kjærgård Pedersen blev født den 13. april 1940 i København. Han blev student i 1958 fra Skt. Annæ Gymnasium og begyndte derefter at læse matematik og fysik ved Københavns Universitet. I 1964 blev han mag. scient. i matematik fra Københavns Universitet under vejledning af Esben Kehlet. Efter nogle år som kandidatstipendiat og senere lektor ved Københavns Universitet blev han i 1972 dr.phil ved Københavns Universitet med afhandlingen "C\*-integrals, an approach to non-commutative measure theory". I 1975 blev Gert Pedersen udnævnt til professor ved Københavns Universitet kun 35 år gammel.

Gert Pedersens forskningsområde var operatoralgebra. En operatoralgebra er en algebra af lineære afbildninger på et Hilbertrum, dvs. på et uendelig-dimensionalt Euklidisk rum. Området blev grundlagt af Murray og von Neumann gennem en serie artikler, "Rings of Operators I - IV", fra slutningen af 1930'erne, og deres artikler var inspireret af udviklingen i kvantefysikken i 20'erne og 30'erne. Området har to tæt beslægtede hovedretninger: "Von Neumann-algebraer" og "C\*-algebraer". Gert Pedersens interesse gik mest i retning af C\*-algebra teori, som også kaldes "ikke-kommutativ geometri", fordi enhver kommutativ C\*-algebra kan realiseres som en algebra af kontinuerte funktioner på et lokalkompakt topologisk rum.

Gert Pedersens store interesse for operatoralgebra blev grundlagt i 1965-66, hvor Richard Kadison (Philadelphia) arrangerede et specielt operatoralgebraår ved Aarhus Universitet. Richard Kadison var dengang feltets ubestridte leder og samtidig en meget inspirerende matematiker. Gert Pedersen mødte her både Kadison og en række yngre matematikere inden for operatoralgebra, bl. a. Erling Størmer, Ed Effros og James Glimm, og her blev grunden lagt til Gert Pedersens første artikler om C\*-algebraer, bl. a. "Measure theory for C\*-algebras I, II, III og IV", der udkom i *Mathematica Scandinavica* i årene 1966-69. I den første af disse artikler viser Gert Pedersen, at enhver C\*-algebra har et mindste tæt ideal, som dermed bliver et fælles domæne

for alle tæt definerede ubegrænsede spor. Dette ideal er senere blevet brugt i mange andre sammenhænge, og har fået navnet *Pedersen-idealet*.

I 1967 blev der afholdt en stor konference i operatoralgebra i Baton Rouge, Louisiana. Richard Kadison gjorde under konferencen status over udviklingen ved at offentliggøre en liste på 20 åbne problemer i operatoralgebra. Nogle af problemerne gik helt tilbage til Murrays og von Neumanns arbejder fra 30'erne. Efterfølgende blev det en stor udfordring for forskere i feltet at forsøge at løse problemerne fra Kadisons liste. Gert Pedersen var en af de første, der bidrog med løsninger ved at løse to problemer fra listen. Løsningerne blev publiceret i artiklerne: "Operator algebras with weakly closed abelian subalgebras". Bulletin of the London Mathematical Society (1972) og "The "up-down" problem for operator algebras". Proceedings of the National Academy of Sciences, USA (1971). Problemerne på Kadisons liste er stadig aktuelle. Flere af problemerne er blevet løst inden for de sidste 10 år, og der er stadig fire uløste problemer tilbage på listen.

Operatoralgebra udviklede sig hurtigt i årene efter 1967, og der opstod snart nye matematiske problemer, som fangede forskernes opmærksomhed. Et af dem var problemet om løftning af derivationer:

*Lad  $A$  og  $B$  være separable  $C^*$ -algebraer og lad  $\pi : A \rightarrow B$  være en surjektiv  $*$ -homomorfi. Givet en derivation  $\delta : B \rightarrow B$ , dvs. en lineær afbildning fra  $B$  til  $B$ , som opfylder*

$$\delta(ab) = \delta(a)b + a\delta(b)$$

*Findes der så en derivation  $D : A \rightarrow A$ , så*

$$\pi \circ D = \delta \circ \pi ?$$

Svaret er *ja*. Problemet blev løst af Gert Pedersen, og beviset er publiceret i artiklen: "Lifting of derivations from quotients of separable  $C^*$ -algebras". Proceedings of the National Academy of Science USA (1976).

Hvis en  $C^*$ -algebra  $A$  ikke har en enhed, kan man på naturlig måde indlejre den som et ideal i en større  $C^*$ -algebra med enhed, nemlig multiplikatoralgebraen  $M(A)$  for  $A$ . Hvis f. eks.  $A = K(H)$ , algebraen af kompakte operatorer på et Hilbertrum  $H$ , bliver  $M(A) = B(H)$ , algebraen af samtlige begrænsede lineære operatorer på  $H$ . Flere af Gerts artikler handler om samspillet mellem en  $C^*$ -algebra  $A$  og dens multiplikatoralgebra  $M(A)$ . Et resultat, som Gert Pedersen beviste i 1977 i samarbejde med Charles Ake-mann (Santa Barbara), viste sig senere at få stor betydning: Det er velkendt, at enhver  $C^*$ -algebra  $A$  uden enhed indeholder en approximerende enhed,



dvs. et net  $(e_\lambda)$  af positive elementer i enhedskuglen for  $A$ , som opfylder, at for alle elementer  $a$  i  $A$  gælder:

$$\lim_\lambda \| e_\lambda a - a \| = 0$$

Charles Akemann og Gert Pedersen viste i artiklen "Ideal perturbations of elements in  $C^*$ -algebras", Math. Scand. (1977), at man altid kan vælge en quasiceutral approximerende enhed, dvs. en approximerende enhed, som også opfylder

$$\lim_\lambda \| e_\lambda b - b e_\lambda \| = 0$$

for alle elementer  $b$  i multiplikatoralgebraen  $M(A)$ .

Et  $C^*$ -dynamisk system  $(A, G, \alpha)$  er en  $C^*$ -algebra  $A$  udstyret med en virkning  $\alpha$  af en lokalkompakt gruppe  $G$ , dvs. en kontinuert homomorfi  $\alpha$  af  $G$  ind i automorfgruppen  $\text{Aut}(A)$  for  $A$ . For et givet  $C^*$ -dynamisk system kan man konstruere to nye  $C^*$ -algebraer:

*fikspunktsalgebraen  $A^G$  og krydsproduktet  $A \rtimes_\alpha G$ .*

Gert Pedersen undersøgte strukturen af disse  $C^*$ -algebraer i en række artikler i samarbejde med bl.a. Joachim Cuntz (Münster), Erling Størmer (Oslo) og ikke mindst sin ægtefælle, Dorte Olesen. Disse arbejder var inspireret af Alain Connes' klassifikationsteori for Type III-von Neumann-algebraer fra begyndelsen af 70'erne, hvor krydsprodukter mht. gruppevirkninger på von Neumann-algebraer indgår sammen med Connesspektret  $\Gamma(\alpha)$  for en abelsk gruppevirkning på en von Neumann-algebra. Connesspektret kom også til at spille en væsentlig rolle i det mere komplicerede  $C^*$ -algebratilfælde. Det fremgår bl. a. af artiklerne af Dorte Olesen og Gert Pedersen "Application of the Connes spectrum to  $C^*$ -dynamical systems I, II and III", Journal of Functional Analysis (1978, 1980 og 1982).

Begrebet reel rang, " $RR(A)$ ", af en  $C^*$ -algebra  $A$  blev indført og undersøgt i et fællesarbejde mellem Larry G. Brown (Perdue University) og Gert Pedersen i artiklen " $C^*$ -algebras and dynamical systems", Journal of Functional Analysis (1991).  $RR(A)$  er det mindste naturlige tal  $n$ , for hvilket mængden

$$\{(a_1, a_2, \dots, a_{n+1}) \in A_{sa}^{n+1} \mid a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{n+1}^2 > 0\}$$

er tæt i  $A_{sa}^{n+1}$ . Hvis  $A$  er de kontinuerte funktioner på et kompakt rum  $K$ , bliver  $n$  lig med dimensionen af  $K$ , så  $RR(A)$  er en ikke-kommutativ gene-

ralisation af dimensionsbegrebet, og det er siden blevet et vigtigt begreb i den moderne klassifikationsteori for  $C^*$ -algebraer.

I slutningen af 90'erne havde Gert Pedersen et frugtbart samarbejde med Søren Eilers (København) og Terry Loring (Albuquerque), der resulterede i en serie artikler om bl. a. extensioner af quasidiagonale  $C^*$ -algebraer og Busby-invarianten, og lige efter årtusindskiftet genoptog Gert Pedersen en gammel interesse for operatormonotone funktioner og operatorkonvekse funktioner i samarbejde med Frank Hansen (København) og Elliott Lieb (Princeton).

Ovenstående omtale af Gerts forskning giver kun et lille udpluk af hans samlede videnskabelige produktion. Gert skrev over 100 videnskabelige artikler og havde i alt 22 forskellige medforfattere. Derudover har han skrevet to monografier:

" $C^*$ -algebras and their automorphism groups", Academic Press 1979  
samt

"Analysis now", Springer Verlag 1989

der begge er flittigt benyttet af forskere og studerende den dag i dag.

Gert Pedersen har holdt forelæsninger ved et stort antal internationale konferencer og har derudover haft flere længerevarende udlandsophold. I foråret 1971 var han ved UCLA (Los Angeles), hvor han samarbejdede med Masamishi Takesaki. I efteråret 1971 og foråret 1972 var han ved University of Pennsylvania (Philadelphia), inviteret af Richard Kadison. I efteråret 1974 var han i Marseille, hvor der blev afholdt et særligt semester for operatoralgebra og matematisk fysik arrangeret af Daniel Kastler. I 1984/85 var han gæsteforsker ved Mathematical Sciences Research Institute i Berkeley, hvor programmet for hele året var operatoralgebra, og i en del af året 1994/95 deltog han i et tilsvarende operatoralgebraprogram, der blev afholdt ved Fields Institutet i Waterloo, Canada. Rejserne bidrog til, at Gert Pedersen fik opbygget et stærkt fagligt netværk af forskere fra hele verden.

Gert Kjærgård Pedersen modtog gennem sin karriere en række nationale og internationale æresbevisninger, og han påtog sig også en række tillidshverv. Udover at være medlem af Videnskabernes Selskab og i en periode også vicepræsident for Selskabet, så var han medlem af Det Norske Vitenskaps-Akademi, af New York Academy of Science samt af The International Mathematical Union, og han var formand for Dansk Matematisk Forening fra 1974 til 1978. I 1988 modtog Gert Pedersen Sands Legat med tilhørende bolig på Kildeskovsvej i Gentofte. Boligen blev de følgende 16 år rammen om hans familie; hans ægtefælle Dorte Olesen og deres tre børn, Just (1976), Oluf (1980) og Cecilie (1984). Boligen blev også rammen om utallige sammenkomster for matematikere fra ind- og udland.



Mit eget kendskab til Gert Kjærgård Pedersen går tilbage til 1969, hvor jeg læste på andet år på matematik-fysik linjen ved Københavns Universitet. Gert blev min lærer på kurset matematik 2. Fra mit første studieår var mit indtryk af lærerne ved Matematisk Institut, at de var høflige og korrekte, men også – skal vi kalde det – lidt støvede. I Gert mødte jeg en ung lærer, der på en helt anden måde var åben over for de studerende, og som heller ikke var bange for at sige sin mening om dette eller hint, ofte formuleret både vittigt og skarpt. Gert blev senere min specialevejleder, og selv om jeg i 1974 flyttede til Odense, havde vi fortsat god kontakt gennem årene.

Som tidligere nævnt har Gert Pedersen haft 22 forskellige medforfattere fra hele verden, og derudover havde han et stort antal mere uformelle faglige kontakter. Når det lykkedes for Gert at bygge et så stort fagligt netværk op, så skyldtes det ikke mindst, at han var god til at få den sociale dimension med. Hans samarbejdspartnere blev også hans personlige venner, og de var hyppige gæster i Gerts og Dortes hjem. Gert Pedersen var også god til at tage sig af "vækstlaget" inden for operatoralgebra i Danmark. Han var selv vejleder for mange studerende, og speciale- og ph.d.-studerende var altid inviteret med, når der blev holdt konferencer i København, eller når en gæsteforelæser besøgte Matematisk Institut, og de nød også godt af Gerts og Dortes gæstfrihed først på Grants Allé og senere på Kildeskovsvej.

Gert Pedersen var indtil sin død den naturlige leder af operatoralgebra i Danmark. Udover at være en særdeles aktiv forsker, var han også den "praktiske gris", der kunne skaffe bevillinger fra Statens Naturvidenskabelige Forskningsråd, fra EU's rammeprogrammer eller andre fonde til afholdelse af konferencer eller til ansættelse af postdocs. I årene 1996-2000 var Gert Pedersen hovedkoordinator for en EU-bevilling under programmet "Human Capital and Mobility" med deltagelse af forskergrupper i operatoralgebra fra 12 forskellige europæiske universiteter. For 12 år siden tog Gert Pedersen sammen med Erling Størmer (Oslo) initiativ til at søge Dansk-Norsk Forening om støtte til afholdelse af dansk-norske konferencer i operatoralgebra. Det lykkedes, og der har siden været afholdt en halv snes konferencer skiftevis i Oslo og København hver med omkring 30 deltagere, herunder et stort antal speciale- og ph.d.-studerende fra Norge og Danmark.

På den private front havde Gert Pedersen en stor interesse for musik. Som otteårig blev han optaget i Københavns Drengekor og blev samtidig flyttet til en specielt musikorienteret skole, hvor han lærte at spille klaver og en række andre instrumenter. Årene med Københavns Drengekor bragte ham på mange rejser rundt i Europa, hvor koret bl. a. gav koncert sammen med Wiens Symfoniorkester, og selv om han forlod koret, da han kom i gymnasiet, fortsatte hans interesse for musik og sang. Boligen på Kildeskovsvej indeholdt et musikrum med både et flygel og et orgel, og begge

blev brugt flittigt, både når Gert Pedersen var alene med familien og under de mange sammenkomster, der blev afholdt i hjemmet.

Sidst, men ikke mindst, var Gert Pedersen også et meget engageret familiemenneske. Det kan måske bedst illustreres ved de to dedikationer, som findes i hans to monografier:

*"This book is dedicated to Dorte, who made me begin,  
and to Just, who made me stop" (1979)*

og

*"For Oluf and Cecilie innocents at home" (1989)*

Gert Kjærgård Pedersen var en mand, der favnede vidt både fagligt og menneskeligt. Han vil blive savnet af familien og af venner og fagkolleger fra hele verden.

Æret være hans minde.

Ovenstående er baseret på personligt kendskab samt på artiklerne: Søren Eilers og Mikael Rørdam, "Mindeord om matematikeren Gert Kjærgård Pedersen", Dansk Matematisk Forenings medlemsblad "Mathilde", juni 2004.

Dorte Olesen og Erling Størmer, "The life and work of Gert Kjærgård Pedersen", udkommer i Proceedings of the Abel Symposium, Oslo 2004.