



Ham Tenner

Hans Tornehave

24. april 1915 – 13. juni 1998

Af Bent Fuglede

Hans Tornehave voksede op på landet på Sydfyn. Af sin mor, Karen Tornehave, lærte han tidligt at læse, skrive og regne, inden han kom i landsbyskole og siden i Haahrs private skole i Svendborg, hvor han sluttede med præliminæreksamen, 16 år gammel. Efter et år med selvstudier i matematik begyndte Hans i Svendborg statskole på den nyoprettede matematiske retning, og herfra blev han student i 1935. Derpå påbegyndte han matematikstudiet ved Københavns Universitet.

Inspireret af Harald Bohrs og Børge Jessens forelæsninger over næstenperiodiske funktioner kom Hans Tornehave ind på studiet af middelbevægelse af en næstenperiodisk bevægelse – et spørgsmål som går tilbage til Lagranges teori for perturbation af de store planeter. Efter opfordring kom Hans til at arbejde sammen med Jessen om en videre udforskning af denne og andre sider af næstenperiodicitet. Det blev et langvarigt og tæt samarbejde, der udmøntedes i en stor fælles afhandling, som efter krigens slutning udkom i *Acta Mathematica*.

Sideløbende fordybede Hans sig i teorien for analytiske funktioner af flere variable – et centralt felt som netop dengang var i kraftig udvikling internationalt med et gennembrud af japaneren Oka. Dette blev emnet for hans magisterkonferens i 1940. Allerede året før havde han publiceret en kort artikel herom i det franske akademis *Comptes Rendus*.

Tornehave blev i 1941 videnskabelig assistent ved universitetets matematiske institut på Blegdamsvej, som dog under den tyske besættelse en overgang var lukket. I disse år udarbejdede han sin doktorafhandling om regulære periodiske funktioner af flere variable, som han forsvarede i foråret 1945. Tre år tidligere var han blevet gift med Bodil Eriksen, cand. mag. i fysik.

Året efter disputatsen modtog Hans en invitation til at besøge McGill University i Montreal, og sammen med Bodil og deres lille

søn Jørgen – i dag lektor i matematik ved Aarhus Universitet – rejste han så i 1947 til U.S.A. og Canada, hvor han tilbragte to udbytterige år. I 1954 var Hans i et semester nordisk gæsteforelæser ved Uppsalas Universitet.

Allerede inden rejsen til Canada var Tornehave blevet tilknyttet Den Polytekniske Læreanstalt, og her blev han i 1952 lektor og i 1956 professor i rationel mekanik efter Werner Fenchel, som da var blevet professor ved universitetet. Hans nærede en stor interesse for mekanik, som han bevarede, også efter at han i 1958 vendte tilbage til Københavns Universitet som professor i matematik – en stilling han bestred indtil han i 1985 fyldte halvfjerds.

Tornehaves undersøgelser over analytiske funktioner af flere variable havde tidligt ført ham ind på algebraisk topologi – et hovedområde af matematikken som på afgørende måde var kommet til at præge den moderne udvikling af kompleks analyse. Denne side af hans omfattende matematiske kundskaber var et vigtigt element i hans indsats som videnskabelig konsulent for Aarhus Universitets nyoprettede matematiske institut i årene 1957-59.

I en række arbejder publiceret efter disputatsen videreførte Tornehave sine undersøgelser, dels om analytisk fortsættelse af funktioner af flere variable og dels om analytiske næstenperiodiske funktioner og deres middelbevægelser.

Teorien for næstenperiodiske funktioner var skabt af Harald Bohr ved midten af 1920'erne. Udgangspunktet var begrebet periodisk funktion. En funktion af en reel variabel, som man kan tolke som tiden, kaldes jo periodisk, dersom funktionens værdi forbliver uændret efter forløb af et bestemt tidsrum, kaldet perioden. En næstenperiodisk funktion har ikke nogen sådan periode, men har dog såkaldte næstenperioder, hvorved funktionens værdi forbliver næsten uændret efter forløbet af en sådan næstenperiode. Denne idé blev af Bohr udformet til en præcis definition.

I de følgende decennier blev den videre udvikling af teorien for næstenperiodiske funktioner emne for talrige undersøgelser, også i Danmark, med bidrag foruden fra Bohr især fra Børge Jessen, Werner Fenchel, Erling Følner og som nævnt Hans Tornehave.

Ovenfor omtaltes Tornehaves samarbejde med Jessen omkring middelbevægelsen for analytiske næstenperiodiske funktioner. Sammen med Fenchel havde Jessen midt i 30'erne undersøgt middelbevægelsen for næstenperiodiske bevægelser på krumme fla-

der. Og Tornehave udviklede i begyndelsen af 50'erne en bemærkelsesværdig teori for næstenperiodiske bevægelser i meget generelle, såkaldte metriske rum, altså rum hvori det har mening at tale om afstanden mellem to punkter af rummet. Der var også en nødvendig forudsætning om, at det metriske rum skal være lokalt kurvesammenhængende i den forstand, at to nærliggende punkter altid kan forbindes med en kurve, der afhænger kontinuert af de to punkter. Derimod forudsættes det ikke længere, at det metriske rum er lineært, altså at punkterne deri skal kunne adderes eller multipliceres med tal, således som det var tilfældet i den oprindelige teori for næstenperiodiske funktioner, hvor det metriske rum var tallinjen eller den komplekse talplan.

I den nye teori kunne det derfor på forhånd synes udsigtsløst at formulere en version af Bohrs hovedsætning om, at en næstenperiodisk funktion kan approximeres ligeligt med endelige summer af rene periodiske svingninger. Alligevel lykkedes det Tornehave at udlede et tilsvarende resultat, nemlig at enhver næstenperiodisk bevægelse i et fuldstændigt metrisk rum med den omtalte sammenhængsegenskab kan approximeres ligeligt med såkaldte diagonalbevægelser. Han fandt endvidere de topologiske betingelser på det metriske rum, der sikrer at enhver næstenperiodisk bevægelse kan deformerer kontinuert over i en periodisk bevægelse. Om sit andet hovedemne – analytiske funktioner af flere variable – skrev Tornehave i 50'erne tre artikler vedrørende analytisk fortsættelse af sådanne funktioner. Også disse arbejder afspejler hans store skarpsindighed og slående opfindsomhed, når det for eksempel gjaldt konstruktion af modeksempler til belysning af grænserne for et resultats gyldighedsområde.

Efter Tornehaves tiltrædelse som professor ved Københavns Universitet krævede undervisningen efter den nye studieordning af et stærkt stigende antal studerende en meget stor arbejdsindsats i de første mange år. Der var endnu ret få lærere ved det matematiske institut med den fornødne erfaring til at udarbejde et omfattende nyt undervisningsmateriale, der også tog hensyn til den stærke udvikling af matematikken i efterkrigstiden. Tornehave havde i særlig grad fulgt med i den strukturalisering af grundlæggende matematiske discipliner som navnlig den franske forskergruppe under navnet Bourbaki havde gennemført i den foregående årrække; og han opbyggede sin undervisning på dette

grundlag, hvorved hans kurser også til første del nåede et avanceret stade, som ikke har kunnet opretholdes over for senere årtiers studerende. Hans havde imidlertid det princip, at eftersom hovedparten af de studerende under alle omstændigheder kun kaperer en begrænset del af stoffet, vil deres udbytte alt i alt blive større når kurset er krævende. Hans fremstilling af stoffet var elegant og ofte uortodoks, og de stillede opgaver bød tit på udfordringer til dygtige studerende.

Hans Tornehave var en afholdt lærer, altid beredt til en samtale med interesserede studerende. Hans forelæsninger foregik i en stilfærdig og afslappet, men engagerende stil, med islæt af en let, underfundig humor, og præget af den milde fynske sprogtone, han bevarede gennem årene. Hans pædagogiske grundprincip var at aldrig undervurdere elevernes intelligens, men heller aldrig at overvurdere deres forkundskaber.

Tornehave havde megen glæde af optagelsen som medlem af Videnskaberens Selskab i 1960, og han deltog til sin død i næsten alle medlemsmøderne. Han var ligeledes engageret i Dansk Matematisk Forening, hvis formand han var 1962-65. Æresmedlem blev han i 1985.

Efter indbydelse fra National Science Foundation kunne Hans i 1965 tage på en foredragsturné i U.S.A. for at fortælle om sine videnskabelige arbejder, som havde vakt interesse blandt amerikanske fagfæller.

Som formand for konsistoriums stipendieudvalg 1967-73 gjorde Tornehave en stor indsats for at effektivisere udvalgets arbejds-gang gennem udstrakt brug af elektronisk databehandling.

I de sidste årtier af Tornehaves universitetsgerning var det matematikundervisningen, som mest synligt prægede hans virke. Han vedblev imidlertid med at følge ivrigt med i sine fagområders udvikling internationalt. Samtidigt var han fortsat stærkt engageret i spørgsmål som ikke var fuldstændig besvaret i hans tidlige videnskabelige arbejder, såsom karakterisering af nulpunktsfordelingen og den såkaldte Jensen-funktion for analytiske næstenperiodiske funktioner. Om nulpunktsfordelingen skrev han to afhandlinger, den ene i forbindelse med symposiet i København i 1987 i anledning af 100-året for Harald Bohrs fødsel.

Det var umiddelbart nærliggende, at mængden af nulpunkter for en analytisk næstenperiodisk funktion ligeledes har en slags

næstenperiodisk karakter. Tidligere havde de russiske matematikere Krein og Levin givet en definition af begrebet næstenperiodisk mængde af komplekse tal, og påvist at sådanne mængder netop er nulpunktsmængderne for en speciel klasse af analytiske næstenperiodiske funktioner.

Tornehave indså, at begrebet næstenperiodisk talmængde måtte udvides for at kunne relateres til nulpunktsmængderne for generelle analytiske næstenperiodiske funktioner, og han fandt en naturlig udvidet definition. I en artikel til Bohr-symposiet påviste Tornehave, at nulpunktsmængden for en såkaldt hel næstenperiodisk funktion nødvendigvis er periodisk i den retning, hvori funktionen selv er næstenperiodisk. Hans hovedresultat var, at enhver mængde af komplekse tal, som er næstenperiodisk efter hans definition, kan realiseres som nulpunktsmængden for en analytisk næstenperiodisk funktion.

Dette resultat indgik i et større arbejde, som Tornehave skrev i 1988, og som blev trykt i Københavns universitets matematiske instituts preprint-række. Ejendommeligt nok har Tornehave ikke ladet dette dybtgående arbejde publicere i et egentligt tidsskrift, hvad det havde været selvskrævet til. Det synes at have været hans indstilling i de senere år at lægge mindre vægt på offentliggørelse af sine arbejder, når blot han havde fundet løsningen på de problemer han havde stillet sig. Det var derfor interessant for nylig at bemærke, at tre ukrainske matematikere: Favorov, Rashkovskii og Ronkin, alle fra Kharkov, men siden bosat i Israel, havde bemærket Tornehaves preprint om karakterisering af nulpunktsmængderne for analytiske næstenperiodiske funktioner, såvel som hans artikel til Bohr-symposiet, og taget dem som udgangspunkt for et videre studium af emnet, publiceret i fjor og med udførlig omtale af Tornehaves resultater. – Kort før sin død fortalte Hans mig, at han nu også havde løst problemet om Jensens funktion; men det nåede aldrig at blive rigtig nedskrevet.

Tornehave var overordentlig belæst og kyndig, ikke blot i sine primære interesseområder af matematikken, men også bredt i faget og dets historie, hvori han også underviste i de senere år, og på et mere alment plan. Hertil kom lige fra ungdommen en stor og dybtgående interesse for botanik – hvad der blev et vigtigt indslag i hans ferierejser, ofte til yndlingsmålet Italien.

Med sin stærke og på sin vis særprægede, fine personlighed og

sit lyse sind var Hans Tornehave påskønnet og afholdt af de mange, der lærte ham at kende. Han mistede Bodil i 1993, men klarede dagligdagen alene. Hans helbred havde stedse været godt, og helt til sin pludselige død den 13. juni 1998 var han utrolig åndeligt spændstig.

Æret være hans minde.