

## Om et nyt Elektrometer.

Af

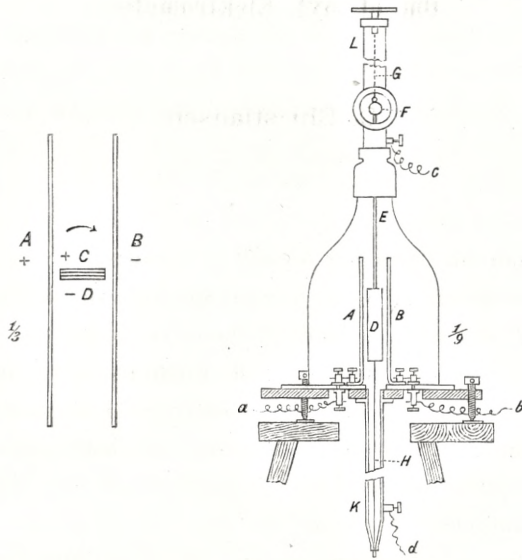
**C. Christiansen.**

(Meddelt i Mødet den 27. Januar 1893.)

Anledningen til at jeg har forsøgt at konstruere et nyt Elektrometer, er følgende. For at paavise Spændingsforskellen mellem to Metaller, der ere i ledende Forbindelse, benyttes i Almindelighed den af Volta, senere af R. Kohlrausch og mange benyttede Fremgangsmaade. Man danner en Luftkondensator af de to Metaller og forbinder dem ved en Leder; denne tages bort, og Pladerne fjernes; idet Kapaciteten derved formindskes, bliver Spændingen i Pladerne saa stor, at den let kan paavises. Denne Methodes Anvendelse er dog temmelig indskrænket; den lader sig navnlig ikke anvende med Sikkerhed paa Isolatorer. Heller ikke de senere af Will. Thomson, Hallwachs og Stoletow angivne Metoder kunne anvendes i alle Tilfælde. Selve den Omstændighed, at der skal foretages visse Operationer med Legemerne for at paavise Spændingsforskellen mellem Pladerne, kan gøre dens Oprindelse mindre sikker. Jeg søgte derfor at finde en Fremgangsmaade, ved hvilken man f. Ex. kunde maale Spændingsforskellen mellem to sammenlagte Metalplader uden at skille dem ad. Jeg gik derved ud fra, at to saadanne Plader, f. Ex. en Zink- og en Kobberplade, ophængte ved en Traad i et elektrisk Felt, vilde indstille sig i dette, ligesom en magnetisk Lamel vil indstille sig i det magnetiske Felt. Da

Zinkpladen antages at være positiv i Forhold til Kobberpladen, maa Pladen vende sig saaledes, at en Linie lodret paa Dobbeltpladen, som gaar fra Kobber- til Zinksiden, faar samme Retning, som den positive elektriske Kraft i Rummet.

Paa Grundlag heraf ligger det nær at konstruere et Elektrometer, hvis Indretning let vil forstaas ved at betragte



Figurerne; den første Figur viser et vandret Snit gennem Apparatet, den anden viser det set forfra. *A* og *B* ere to Kondensatorplader, som ere forbundne med Ledningerne *a* og *b*; de danne i Forening en Luftkondensator. *C* og *D* ere to isolerede rektangulære Messingplader. *C* bæres af en Staalstang *E*, som bærer et Spejl *F*; det hele hænger i en fin Platintraad *G*. *C* og *D* ere isolerede fra hinanden ved et Glimmerblad, saaledes at de i Forening danne en Franklins Tavle. Isolator og Belægninger holdes sammen ved en Blanding af Vox og Harpax. Fra Pladen *D* gaar den fine Platintraad *H* nedad i Røret *K* og fæstes til den nederste Ende af Røret. *C* og *D* kunne lades gennem Ledningerne *c* og *d*.

For at forstaa Brugen af Apparatet vil jeg beskrive, hvorledes jeg benytter det. Et Akkumulatorbatteri af 48 Elementer forbindes i Midten med Jorden. Fra dets positive Pol fører en Ledning til Pladen  $A$ ; ligeledes forbindes  $B$  med Batteriets negative Pol. Er Batteriets Spændingsforskel  $V_0$  (i Virkeligheden omtrent 90 Volt), saa vil Spændingsforskellen mellem  $A$  og  $B$  være lig  $V_0$  eller omtrent  $V_0/300$  elektrostatiske Spændingsenheder. Forbindes nu  $C$  og  $D$  gennem Ledningerne  $G$  og  $H$  indbyrdes og med Jorden, saa vil Franklinstavlen  $CD$  være i Ligevægt. Forbindes derimod  $c$  med den positive  $d$  med den negative Pol af et galvanisk Batteri, saa vil Tavlen  $CD$  dreje sig i den ved Pilen angivne Retning.

I Hovedtrækkene er Apparatets Teori meget simpel. Vi antage, at de to Plader  $A$  og  $B$  ere saa store, at den elektriske Kraft  $F_0$  mellem dem er konstant; kaldes Afstanden mellem dem  $a$ , deres Spændingsforskel i absolut elektrostatisk Maal  $V_0$ , saa er  $F_0 a = V_0$ . Vi tænke os nu  $C$  og  $D$  erstatte af to Lag af Elektricitet med Overfladetæthed  $\pm \sigma$ ; er  $S$  Arealet af Tavlen  $CD$ , saa er det Moment, der drejer Tavlen,

$$M = F_0 \sigma a' S,$$

naar  $a'$  er Afstanden mellem de elektriske Lag. Nu er den elektriske Kraft i Mellemrummet  $F = 4\pi\sigma$ , Spændingsforskellen mellem Lagene kaldes  $V$ , hvor  $V = Fa'$ . Altsaa er  $V = 4\pi\sigma a'$  og altsaa

$$M = \frac{F_0 S V}{4\pi} = \frac{S V V_0}{4\pi a}.$$

Man kunde nu spørge, om denne Beregning ogsaa gælder under de ovenfor angivne Forsøgsbetingelser. I Hovedsagen vil dette være Tilfældet. De elektriske Kræfter, der virke paa Pladerne  $C$  og  $D$  (Fig. 1), ere nemlig bestemte ved Spændingsforskellene  $V_0$  og  $V$  alene, hvilket tydeligst fremgaar deraf, at Maxwell har paavist, at de Kræfter, der virke paa en Leder i et elektrisk Felt, kunne betragtes som hidrørende fra Spændinger

i Feltet. Da disse Spændinger bestemmes ved Potentialerne alene, naar Forsøgene foretages i Luften, hvis Dielektricitetskonstant sættes lig 1, vil navnlig det isolerende Mellemlags Natur være uden Betydning.

Det maa derimod erindres, at Tavlens Tykkelse her er antaget at være uendelig lille; det er indlysende, at dette vil bevirke, at Beregningen ikke er absolut anvendelig; dog vil man let kunne indrette det saaledes, at Fejlen bliver meget lille.

Inden jeg gaar over til at omtale de Forsøg, hvorved Apparatets Brugbarhed er paavist, skal jeg give en Beskrivelse af Indretningen af Apparatet. Jeg vil forudskikke den Bemærkning, at det af mig til de fleste af de i det følgende anførte Forsøg benyttede Apparat ikke særlig er konstrueret for at vise, hvorledes det hensigtsmæssigst skal indrettes; det er bygget med særlige Formaal for Øje, som senere skulle omtales.

Luftkondensatorpladerne  $A$  og  $B$  vare 12 Cm. brede og 18 Cm. høje; deres Afstand var 2,5 Cm., Pladerne  $C$  og  $D$  vare 1,7 Cm. brede og 9,5 Cm. høje. Stangen  $E$  var 18 Cm. lang. Længden af Traadene  $G$  og  $H$  var henholdsvis 120 og 45 Cm. Forøvrigt vil Figuren vistnok være tilstrækkelig tydelig til at gøre Apparatets Indretning forstaaelig.

Vi have foran bestemt Drejningsmomentet  $M$ , som virker paa Tavlen; vi skulle nu se, hvilke de Modstande ere, der modsætte sig Tavlens Drejning. Den vigtigste er naturligvis Traadenes Snoningsmodstand, men hertil komme endnu de Kræfter, som hidrøre fra Ladningerne paa  $A$ ,  $B$ ,  $C$  og  $D$ . Idet vi foreløbig antage, at Spændingsforskellen mellem  $C$  og  $D$  er meget lille, vil det være tilstrækkeligt at tage Hensyn til den Fordeling af Elektriciteten paa  $CD$ , der hidrører fra Ladningerne paa  $A$  og  $B$ . Den elektriske Kraft  $F_0$ , som hidrører fra de sidstnævnte Ladninger, vil fordele Elektriciteten i  $CD$  og derved søge at stille  $CD$  lodret paa Kondensatorpladerne  $AB$ . Drejes  $CD$  en lille Vinkel  $\varphi$ , vil  $F_0$  søge at dreje den

tilbage med et Moment, der forholder sig som  $F_0^2 \varphi$ ; da  $F_0$  nu er proportional med  $V_0$ , kan dette Moment sættes lig  $k V_0^2 \varphi$ . Betegnes Torsionsmomentet med  $h \varphi$ , bliver altsaa Ligevægtsbetingelsen

$$M = \frac{S V V_0}{4 \pi a} = h \varphi + k V_0^2 \varphi.$$

Idet de nye Konstanter  $H$  og  $K$  indføres, faas altsaa

$$V V_0 = (H + K V_0^2) \varphi.$$

Holde vi nu  $V_0$  konstant, bliver  $V$  altsaa proportional med  $\varphi$ .

For at prøve Rigtigheden af de Forudsætninger, fra hvilke herved er gaaet ud, anstilledes følgende Forsøg. Jeg bestemte Tavlen Svingningstid under forskellige Betingelser. Først forbandtes  $A$  og  $B$  ledende med hinanden, ligeledes  $C$  og  $D$ , alle Ledninger forbandtes med Gasrørene. Man har da  $V_0 = 0$  og  $V = 0$ . Spejlets Drejninger iagttoges med Kikkert og Maalestok; Tiden  $T$  til en hel Svingning bestemtes ved Hjælp af en Sekundtæller ved at lade Tavlen udføre 10 Svingninger. Efter som  $A$  og  $B$  ladedes med 24 eller 48 Accumulatorer, af hvilke hver havde en elektromotorisk Kraft af omtrent 2 Volt, erholdtes Svingningstiderne

Akk.	0	24	48
	$T = 17^{\text{s}}.10,$	$T_1 = 16^{\text{s}}.93,$	$T_2 = 16^{\text{s}}.45.$

Det ses heraf tydeligt, at Fordelingen har Indflydelse paa Svingningstiden. Man ser, at den bliver mindre, naar Spændingsforskellen voxer, hvilket stemmer med det ovenfor udviklede. Man finder, at  $T^{-2} = 0.003420$ ,  $T_1^{-2} = 0.003489$ ,  $T_2^{-2} = 0.003695$ . Sættes

$$a = T_1^{-2} - T^{-2} = 0.000069, \quad b = T_2^{-2} - T^{-2} = 0.000275,$$

saa ville Størrelserne  $a$  og  $b$  være proportionale med det Moment, med hvilket  $A$  og  $B$  drage  $C$  og  $D$  tilbage til Hvilestillingen; de maa altsaa forholde sig som  $24^2 : 48^2 = 1 : 4$ . Man ser, at dette ogsaa er Tilfældet.

Naar der til Ophængningen anvendes saa lange og tynde Platintraade, som her er Tilfældet, bliver den elastiske Eftervirkning meget stor; det viste sig ogsaa, at Hvilestillingen stadig forandrede under Maalingerne. Jeg bestemte derfor Hvilestillingen saavel som Udslagene ved at iagttage Tavlens Yderstillinger under Svingningerne. Bestemtes saaledes ved Spejlaflæsning Yderstillingerne  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , saa antages  $\frac{1}{4}(a + 2b + c)$  for at være den sande Hvilestilling.

Naar Tavlen i Hvilestillingen ikke er vinkelret paa Kondensatorpladerne, vil der fremkomme et Udslag, naar de sidstnævnte Plader have ulige Spænding; Tavlen vil i dette Tilfælde dreje sig en Vinkel  $\alpha$  henimod det lodrette Plan, der er vinkelret paa Kondensatorpladerne. Denne Drejning maa forholde sig ligefrem som Kvadratet af Spændingsforskellen  $V_0$ . At dette virkelig er Tilfældet vise de følgende Forsøg, ved hvilke Afstanden fra Elektrometret til Kikkert og Maalestok var 2.8 Meter.

Først aflæstes Hvilestillingen, den var ved 156.7 Mm. Derpaa forbandtes  $A$  og  $B$  med 24 Akkumulatorer; Hvilestillingen var nu ved 162.1 Mm. Nu ombyttedes Forbindelserne til  $A$  og  $B$  saaledes, at den Plade, der før var positiv, nu blev negativ; Hvilestillingen var nu ved 165.6 Mm. Endelig bragtes  $A$  og  $B$  igen til samme Spænding, Hvilestillingen var nu ved 155.3 Mm. Imellem to paa hinanden følgende Bestemmelser hengik 2 Minutter. Til Oversigt over Iagttagelserne og deres Beregning tjener følgende Tabel.

Tid	$V_0$	Hvilestilling	Interpoleret Hvilestill. for $V_0 = 0$ .	Udslag
0 Minut	0	156.7	156.7	0
2 "	+ 24	162.1	156.2	5.9
4 "	- 24	165.6	155.8	9.8
6 "	0	155.3	155.3	0

Paa samme Maade maales Udslagene med 48 Akkumulatorer. Resultaterne findes i efterstaaende Tabel:

Tid	$V_0$	Hvilestilling	Interpoleret Hvilestill. for $V_0 = 0$ .	Udslag
0 Minut	0	155.3	155.3	0
2 "	+ 48	181.2	154.3	26.9
4 "	- 48	188.2	153.2	35.0
6 "	0	152.2	152.2	0

Middeludslaget for 24 Akkumulatorer er altsaa 7,85, for 48 er det 30.95. Forholdet mellem Udslagene er som 1 til 3.94, det skulde være som 1 til 4. At Udslaget forandres, idet Polerne ombyttedes, laa i, at Tavlens to Belægninger vare forskellige; den ene bestod nemlig af blank, den anden af iltet Magnium. For 24 Akkumulatorer er Forskellen 3.9, for 48 Akkumulatorer er den 8.1; man ser, at disse Differenser forholde sig ligefrem som Spændingsforskellene mellem  $A$  og  $B$ , hvilket, som ovenfor udviklet, ogsaa maa være Tilfældet.

For at prøve, om Apparatet virkelig lod sig benytte til Maaling af Spændingsforskel, forbandtes Luftkondensatorens Plader  $A$  og  $B$  med de to Poler af Akkumulatorbatteriet bestaaende af 48 Elementer, medens Tavlens Belægninger  $C$  og  $D$  forbandtes med 0, 1, 2, 3 Bunsenske Elementer, som ved særlige Forsøg vare sammenlignede, hvorved det havde vist sig, at de havde ganske samme elektromotoriske Kraft. Naar en Maaling var udført, som havde givet en vis Hvilestilling  $a$ , ombyttedes Akkumulatorpolerne, hvorved beholdtes en ny Ligevægtsstilling  $b$ . Exempelvis anføres de oprindelige Tal for en enkelt Maaling.

$$V_0 = \pm 48 \text{ Akk.}, V = 3 \text{ Bunsenske Elementer.}$$

	$a_1$	$b_1$	$a_2$	$b_2$	$a_3$
	376.7	326.8	424.0	336.2	423.1
	445.0	373.8	399.8	365.7	401.9
	445.0	373.8	399.8	365.7	401.9
	377.1	327.4	423.8	336.9	422.4
Middel	410.95	350.45	411.85	351.15	412.30

Af de tre første Rækker faas, at det dobbelte Udslag er 60.95, af de tre sidste ses det at være 60.92, Middelværdien altsaa 60.95. Dernæst ombyttedes Forbindelsen mellem Tavlen og de Bunsenske Elementer, og den samme Række Maalinger gentoges. De dobbelte Udslag betegnes henholdsvis med  $A$  og  $B$ . De ere sammenstillede i efterfølgende Tabel:

Antal $n$ af Bunsenske Elementer	$A$	$B$	$\frac{1}{2}(A+B)$	$\frac{1}{2}(A-B)$	$\frac{1}{2}(A-B)/n$
3	60.95	— 75.90	— 7.48	68.43	22.81
2	38.45	— 53.10	— 7.37	45.77	22.89
1	15.40	— 30.50	— 7.55	22.95	22.95
0	— 7.50	— 7.50	— 7.50	—	—

Den sidste Rubrik viser, at Udslagenes Middelværdi i hvert Fald er meget nær proportional med den elektromotoriske Kraft, saaledes at der næppe kan rejses Tvivl om Apparatets Brugbarhed. At Udslagene  $A$  og  $B$  ikke ere numerisk ligestore, ligger i, at der er en elektromotorisk Forskel mellem Tavlens Belægninger. Man ser af Forsøgene, at denne Forskel, som det iøvrigt ogsaa ligger i Sagens Natur, holder sig konstant under Maalingerne.

Holdes Spændingsforskellen  $V$  mellem Tavlens Belægninger  $C$  og  $D$  konstant, medens Spændingsforskellen  $V_0$  mellem  $A$  og  $B$  varieres, vil Udslaget voxe langsommere end  $V_0$ . Dette følger ogsaa af Formlen S. 105, der giver

$$\varphi = \frac{VV_0}{H + KV_0^2}.$$

For at prøve dette ladedes  $CD$  med 3 Bunsens Elementer, medens  $AB$  først ladedes med 48 Akkumulatorer; derpaa deltes disse i to Grupper paa 24, som kaldes 24 a og 24 b. Resultaterne vare følgende:

$V_0$	$A$	$B$	$\frac{1}{2}(A-B)$
48 Akk.	61.10	— 76.30	68.70
24 a "	31.75	— 40.35	36.05
24 b "	32.05	— 40.40	36.23



Udslaget for 24 Akkumulatører beregnet af det første Forsøg er kun 34.35, medens de to sidste Forsøg give 36.14. Man ser at disse Størrelser tilnærmelsesvis forholde sig ligefrem som de tilsvarende Svingningstiders Kvadrater (S. 105), hvilket ogsaa burde være Tilfældet.

Nu forbandtes Akkumulatøren med Tavlens Belægninger, medens 3 Bunsenske Elementer *a*, *b* og *c* og et Latimer Clarks Element forbandtes med Kondensatorpladerne. Resultaterne vare følgende:

$$V = 48 \text{ Akkumulatører.}$$

$V_0$	<i>A</i>	<i>B</i>	$\frac{1}{2}(A-B)$	$\frac{1}{2}(A+B)$
Latimer Clarks Element	19.1	— 14.5	16.8	23
Bunsens " a	23.8	18.8	21.3	25
" " b	23.3	18.6	21.0	24
" " c	23.1	19.0	21.0	20
" " a+b	44.6	39.9	42.2	23
" " a+b+c	65.0	60.4	62.7	23
Intet Element	2.3	+ 2.3	—	23

Udslagene for 1, 2 og 3 Elementer forholde sig altsaa som 211 : 422 : 627; Proportionaliteten mellem Udslagene og den elektromotoriske Kraft synes herefter at være tilfredsstillende.

Medens Luftkondensatorens Plader forbandtes med Polerne af 3 Bunsenske Elementer, maales Udslaget, naar Tavlens Belægninger forbandtes med hele Akkumulatorbatteriet eller med de to Sæt paa 24 Akkumulatører, hvori dette Batteri kunde deles.

$$V_0 = 3 \text{ Bunsen.}$$

<i>V</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	$\frac{1}{2}(A-B)$
48 Akk.	76.3	— 71.6	73.95
24 a "	38.3	36.0	37.15
24 b "	38.3	36.0	37.15
48 "	76.8	72.3	74.55

Middeludslaget for 24 Akkumulatører er altsaa 37.15, for 48 Akkumulatører 74.25. Der er altsaa fuldkommen Proportionalitet i dette Tilfælde, hvilket ogsaa stemmer med Theorien, som for  $V_0$  konstant giver, at Udslaget forholder sig som  $V$ .

Man kan ogsaa benytte Elektrometret paa en anden Maade. Forbindes baade Luftkondensatoren og Tavlens Belægninger med Polerne af et og samme Batteri, havs  $V = V_0$ , altsaa er

$$V^2 = (H + KV^2) \varphi.$$

Af de ovenfor omtalte Svingningsforsøg ses, at  $K$  er meget lille, naar  $V$  kun er nogle Volt; er  $V$  meget stor, maa Forholdet  $K/H$  bestemmes ved Svingningsforsøg. Jeg prøvede Apparatet ved at anvende 3 Grupper  $a$ ,  $b$ ,  $c$  hver paa 6 Akkumulatører og fandt derved følgende Resultater:

$$V = V_0.$$

Akkumulatører	$A$	$B$	$\frac{1}{2}(A-B)$
$6a$	6.45	— 6.10	6.27
$6b$	6.15	— 5.90	6.02
$6c$	6.25	— 6.00	6.12
$6a + 6b$	25.00	— 24.55	24.77
$6a + 6b + 6c$	55.90	— 55.20	55.55

Middelværdien for  $6a$  og  $6b$  er 6.14; begge tilsammen give Udslaget 24.77; divideret med 4 faas 6.19. Middelværdien for de tre Grupper er 6.14; alle 3 tilsammen give de Udslaget 55.55, som divideret med 9 giver 6.17. Overensstemmelsen er altsaa meget god.

Anvendt paa denne Maade kan Elektrometret benyttes til Maaling af variable elektromotoriske Kræfter, altsaa til Undersøgelser over Induktionsprøverne, til Maaling af Induktionskoefficienter og lignende.

Særlig egner Apparatet sig dog til Maaling af den elektromotoriske Kraft, som opstaar ved Berøring; jeg agter ved en anden Lejlighed at gaa udførligere ind derpaa. Her skal kun nogle simple Forsøg omtales. Ophænges en Zink- og en Kob-

berplade, der berøre hinanden, tilligemed et Planspejl ved en Platintraad imellem Luftkondensatorens Plader, faar man, naar den sidstnævnte lades først i den ene Retning, derpaa i den anden, ved Hjælp af Akkumulatorbatteriet, et Udslag, om hvis Størrelse man kan danne sig en Forestilling af de foregaaende Forsøg. Da dette Udslag er proportionalt med Spændingsforskellen, lader Metallernes Spændingsforskelle sig let sammenligne paa denne Maade. Jeg har paa denne Maade experimentalt kunnet paavise, at Spændingsforskellen mellem to Metaller ikke forandres ved at indskyde et tredje Metal mellem dem. I et Forsøg undersøgte saaledes Plader af Magnium, Aluminium og forgyldt Messing; de lagdes paa hinanden, bundne sammen med en Traad, og ophængtes mellem Kondensatorpladerne. Derved fandtes

$$Mg | Al | Au = 298.0$$

$$Al | Mg | Au = 197.7$$

$$Mg | Au | Al = 99.3$$

som giver

$$Mg | Au + Au | Al + Al | Mg = 298.0 - 197.7 - 99.3 = 1$$

i Stedet for 0.

Ligeledes fandt jeg

$$Mg | Au + Au | Zn + Zn | Mg = 329.5 - 171.2 - 158.5 = -0.2$$

Helt anderledes gaar det, naar man tager to Metaller og en Leder af anden Orden f. Ex. tørt Filtrepapir (*P*). Som Metalplader anvendtes Magnium og Messing (*Me*). Derved erholdtes

$$Mg | P | Me = 29.5, \quad Mg | Me = 219.0.$$